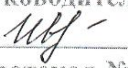




Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Покровская средняя общеобразовательная школа имени Героя Советского Союза
Ветчинкина К.Ф. Волоконовского района Белгородской области»

«Рассмотрено»
На МежМО
учителей математики,
физики, информатики
Руководитель МежМО
 Иванова Г.П.
Протокол № 5 от
«29» июня 2017 г.

«Согласовано»
заместитель директора
 Ситникова А.П.
«29» августа 2017 г.

«Утверждено»
директор школы
 Ильченко С.И.
Приказ № 99
от «29» августа 2017 г.



Рабочая программа
по элективному курсу
«Замечательные неравенства, способы
получения и примеры применения»
10-11 классы

Разработал: учитель математики
Иванова Галина Петровна

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» для 10-11 классов средней общеобразовательной школы разработана на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего образования 2004 года (приказ Минобрнауки РФ от 05.03.2004г. 1089) и в соответствии с методическими рекомендациями к элективному курсу С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» (Гомонов С.А. Замечательные неравенства: методические рекомендации к элективному курсу С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. / С.А. Гомонов. - М.: Дрофа, 2007)

Цель курса: изучение избранных классов неравенств с переменными и научное обоснование (в той степени строгости, которая соответствует уровню школьной математики) методов их получения, а так же выход на приложения изученного теоретического материала.

Задачи курса:

- рассмотреть примеры на установление истинности числовых неравенств, встречающихся на экзаменах
- познакомить с основными методами решения задач на установление истинности неравенств с переменными;
- рассмотреть метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств;
- рассмотреть неравенство Коши для произвольного числа переменных и неравенство Коши – Буняковского и их применение к решению задач;
- дать представление о математике как общекультурной ценности на примерах применения неравенства в математической статистике, экономике, задач на оптимизацию;
- развивать навыки организации умственного труда и самообразования.

Согласно учебному плану МБОУ "Покровская СОШ" изучение курса рассчитано на 68 часов.

Включенный в программу материал предполагает повторение и углубление разделов алгебры и начала анализа. По завершении курса для проверки уровня сформированности знаний и умений учащихся проводится итоговая контрольная работа.

Требования к уровню подготовки учащихся.

В результате изучения курса учащиеся должны знать:

- понятие «больше», «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства;

- основные методы сравнения двух чисел: «по определению», сравнение их отношений с единицей, сравнение их степеней, сравнение их с промежуточным числом, метод использования «замечательных неравенств»;
- основные методы установления истинности неравенств с переменными: метод анализа, метод синтеза, метод «от противного», метод использования тождеств, метод подстановки (введение новых переменных), метод оценивания (усиление и ослабления);
- схему применения метода математической индукции;
- неравенство Коши для произвольного числа переменных;
- соотношение Коши- Буняковского;
- средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое двух положительных чисел, их геометрическая интерпретация.

В результате изучения курса учащиеся должны уметь:

- применять основные методы сравнения двух чисел;
- применять основные способы доказательства истинности неравенств с переменными;
- применять метод математической индукции для доказательства неравенств;
- применять неравенство Коши - Буняковского при $n = 2$ и $n = 3$;
- применять замечательные неравенства для нахождения наибольшего и наименьшего значений функций, решения несложных задач на оптимизацию.

Основное содержание курса

Часть I. Замечательные неравенства

Введение. Предмет, изучению которого посвящен данный курс. Исторические сведения. Преемственная связь с базовым курсом школьной математики. Средние величины и неравенство Коши. О задачах школьных математических олимпиад.

Глава 1. Числовые неравенства и их свойства. Понятие положительного и отрицательного действительного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятия «меньше», «не больше» и «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.

Тема для дискуссии: «Легко ли определить знак числа или найти наибольшее из двух данных чисел, если числа заданы как значения некоторых числовых выражений?».

Глава 2. Основные методы установления истинности числовых неравенств. Сравнение двух чисел — значений числовых выражений «по определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами (числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств и некоторые другие. Примеры.

Тема для дискуссии: «Можно ли использовать вычислительную технику (микрокалькулятор) для сравнения значений числовых выражений? Ожидания и заблуждения».

Глава 3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения. Краткое введение. О применении неравенств с параметрами и об умении подбирать, сочинять и обосновывать (а то и опровергать) неравенства с параметрами. Банк-хранилище замечательных неравенств наибольшей востребованности.

Неравенство-следствие. Равносильные (эквивалентные) неравенства. Равносильные задачи на доказательство (установление) или опровержение неравенств. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод синтеза, метод усиления и ослабления, метод подстановки (метод введения новых переменных), метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод уменьшения или увеличения числа переменных, метод понижения степеней выражений, образующих левую или правую части неравенства, метод интерпретаций или моделей (векторных, тригонометрических, физических). Примеры.

Тема для дискуссии: «Самое лучшее из решений. За и против». (Одно и то же неравенство может быть установлено несколькими способами. Какой из способов лучше и почему? Каждый из участников «защищает» «свой» способ решения задачи, критикует другие решения.)

Задания для самостоятельной работы: разобрать (по указанной учителем литературе) один из вариантов обоснования конкретного неравенства с переменными и подготовить сообщение в защиту данного способа установления этого неравенства

Глава 4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа (аксиомы) математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Примеры. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры.

Тема для дискуссии и самостоятельной работы: «Какое из доказательств лучше и почему?». (Существуют десятки вариантов доказательства неравенства Коши, некоторые из них приведены в рекомендованной литературе; учащимся можно поручить разобрать самые яркие и интересные из них, чтобы потом провести дискуссию на указанную выше тему с учетом того, что «лучшее» можно понимать по-разному.)

Глава 5. Неравенство Коши—Буняковского и его применение к решению задач. Формулируется и обосновывается теорема, устанавливающая соотношение Коши—Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Примеры. Геометрическая интерпретация неравенства Коши—Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

Тема для обсуждения или дискуссии: «Как ввести понятие величины угла между векторами?».

Глава 6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.

а) Метод Штурма. Примеры.

б) Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенства.

в) Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

Дополнительным разделом как источником тренировочных задач для развития навыков преобразования выражений является раздел «Условные тождества».

Тема для обсуждения или дискуссии: «Многообразие метода подстановки».

Часть II. Средние величины: их свойства и применение

Глава 7. Средние степенные величины: соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств.

Введение. Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних».

а) Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

Тема для обсуждения или дискуссии: «Сохранится ли соотношение между средними величинами (арифметическим, геометрическим, гармоническим и квадратическим), если позволить входящим в них параметрам принимать произвольные действительные значения?».

б) Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое, их существование и свойства.

в) Симметрические средние. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства и методы их доказательства.

г) Среднее арифметическое взвешенное и его свойства. Координаты центра масс конечной системы материальных точек.

д) Средние степенные и средние взвешенные степенные и их свойства. Примеры. Вывод неравенства Коши—Буняковского с помощью тождества Лагранжа.

Глава 8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.

Введение. Исторический экскурс. П.Л.Чебышев и его научное наследие.

а) Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Одномонотонная последовательность как результат обобщения понятия монотонных последовательностей и обнаружения некоторой «симметричности» выражений, составляющих левую и правую части неравенства Чебышева.

б) Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши—Буняковского.

Глава 9. Генераторы замечательных неравенств.

Перечисляются основные способы получения замечательных неравенств, причем как ранее уже изученные (идет повторение ранее пройденного), так и совершенно новые.

а) Свойства квадратичной функции — источник простейших неравенств.

Тема для обсуждения: «Три доказательства неравенства Коши—Буняковского. Сходства и различия».

б) Неравенство треугольника.

Тема для обсуждения или дискуссии: «Варианты введения понятия расстояния между двумя точками».

в) Свойства одномонотонных последовательностей — источник замечательных неравенств:

1) Свойства двучленных и трехчленных одномонотонных последовательностей. Примеры. Свертка двух последовательностей.

2) Свойства одномонотонных последовательностей произвольной длины и их применение. Примеры.

3) Одномонотонность нескольких последовательностей, их свойства и применения. Примеры.

4) Обобщения. Итоги. Применения изученных понятий и их свойств к получению новых замечательных неравенств. Неравенства, обобщающие одновременно и неравенство Коши—Буняковского, и неравенство Чебышева.

Глава 10. Применение неравенств. Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

Темами для дискуссий и докладов (в том числе и стендовых) могут стать решения «знаменитых» задач на поиск наибольших и наименьших значений функций. С наиболее интересными сообщениями учащиеся могут выступить и на межшкольных и даже междугородных конференциях (типа Всероссийской научно-практической конференции одаренных школьников Интел-Авангард).

**Календарно-тематическое планирование по элективному курсу «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения»
11 класс**

№ урока	Содержание материала	Кол –во часов	Сроки прохождения	
			плано-вые	факти-ческие
	Тема 7. Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение (продолжение)	5		
1.	Круговые неравенства, методы их доказательства и опровержения	1	07.09	
2.	Среднее арифметическое взвешенное и его свойства	1	14.09	
3.	Средние степенные, их свойства и применение	1	21.09	
4.	Средние взвешенные степенные, их свойства и применение	1	28.09	
5.	Решение задач по материалу главы VII	1	05 .10	
	Тема 8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения	3		
6.	Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения	1	12.10	
7.	Дальнейшие обобщения неравенства Чебышева и неравенства Коши-Буняковского	1	19 .10	
8.	Решение задач на применение обобщений неравенства Чебышева	1	26.10	
	Тема 9. Генераторы замечательных неравенств	19		
9.	Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными	1	09.11	
10.	Неравенства геометрического происхождения	1	16.11	
11.	Неравенства и определенный интеграл, методы трапеций и треугольников. Неравенство Юнга	1	23.11	
12.	Свертка двух одномонотонных последовательностей и ее свойства для двучленных и трехчленных последовательностей. Теорема 2 и ее применение	1	30.11	
13.	Некоторые свойства одномонотонных последовательностей и их свертки. Теорема 3	1	07.12	
14.	Использование теоремы 3 для решения задач на установление неравенств с переменными	1	14.12	
15.	Доказательство неравенства Чебышева с помощью теоремы 3 и другие применения этой теоремы	1	21.12	

16.	Одномонотонность конечного числа последовательностей, их свертка и ее свойство. Теорема 5	1	11.01	
17.	Использование теоремы 5 для решения задач и доказательства теорем	1	18.01	
18.	Центр масс конечной системы материальных точек и его свойства. Выпуклые множества	1	25.01	
19.	Наглядно-геометрическое получение неравенства $Y_G \leq f(x_G)$ и некоторые его частные случаи	1	01.02	
20.	Надграфик и подграфик функции, заданной на промежутке	1	08.02	
21.	Понятия выпуклой и вогнутой функции на промежутке. Неравенство Иенсона (теорема 7)	1	15.02	
22.	Неравенство Иенсона	1	22.02	
23.	Достаточные условия выпуклости и вогнутости функции на промежутке (теоремы 9 и 10), примеры выпуклых и вогнутых функций	1	01.03	
24.	Неравенство Коши-Гельдера	1	15.03	
25.	Неравенства Минковского	1	22.03	
26.	Примеры применения неравенства Иенсона	1	05.04	
27.	Урок заслушивания докладов учащихся	1	12.04	
	Тема 10. Применение неравенств	7		
28.	Неравенства в финансовой математике	1	19.04	
29.	Задача Дидоны и другие задачи на оптимизацию	1	26.04	
30.	Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств	1	03.05	
31.	Теоремы о постоянной сумме и постоянном произведении и их применение к решению задач	1	03.05	
32.	Урок решения задач и заслушивания докладов	1	10.05	
33.	Написание итоговой контрольной работы	1	17.05	
34.	Замечательные неравенства в задачах математических олимпиад школьников	1	24.05	

**Оснащение образовательной деятельности
Оборудование и приборы**

№ п/п	Наименования объектов и средств материально-технического обеспечения	Необходимое количество			Оснащение кабинета
		Основная школа	Старшая школа		
			Базов.	Проф.	
1	2	3	4	5	6
1.	БИБЛИОТЕЧНЫЙ ФОНД (КНИГОПЕЧАТНАЯ ПРОДУКЦИЯ)				
1.1	Стандарт основного общего образования по математике	Д			+
1.2	Стандарт среднего (полного) общего образования по математике (базовый уровень)		Д		+
1.3	Стандарт среднего (полного) общего образования по математике (профильный уровень)			Д	+

1.4	Примерная программа основного общего образования по математике	Д			+
1.5	Примерная программа среднего (полного) общего образования на базовом уровне по математике		Д		+
1.6	Примерная программа среднего (полного) общего образования на профильном уровне по математике			Д	+
1.7	Авторские программы по курсам математики	Д	Д	Д	+
1.8	Учебник по математике для 5-6 классов	К			.+
1.17	Дидактические материалы по математике для 5-6 классов	Ф			+
1.24	Сборник контрольных работ по математике для 5-6 классов	Ф			+
1.32	Научная, научно-популярная, историческая литература	П	П	П	+
1.33	Справочные пособия (энциклопедии, словари, сборники основных формул и т.п.)	П	П	П	+
1.34	Методические пособия для учителя	Д	Д	Д	+
2.	ПЕЧАТНЫЕ ПОСОБИЯ				
2.1	Таблицы по алгебре 7-9 класс	Д			+
2.2	Таблицы по геометрии	Д	Д	Д	+
2.5	Портреты выдающихся деятелей математики	Д	Д	Д	+
3.	ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАТИВНЫЕ СРЕДСТВА				
3.1	Мультимедийные обучающие программы и электронные учебные издания по основным разделам курса математики	Д/П	Д/П	Д/П	+
4.	ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ				
4.1	Мультимедийный компьютер	Д	Д	П	+
4.2	Сканер	Д	Д	Д	+
4.3	Принтер лазерный	Д	Д	Д	+
4.4	Копировальный аппарат	Д	Д	Д	-
4.5	Мультимедиапроектор	Д	Д	Д	+
4.6	Средства телекоммуникации	Д	Д	Д	+
4.7	Диапроектор или графопроектор (оверхэд)	Д	Д	Д	-
4.8	Экран (на штативе или навесной)	Д	Д	Д	+
5.	УЧЕБНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ				
5.1	Аудиторная доска с магнитной поверхностью и набором приспособлений для крепления таблиц	Д	Д	Д	+
5.2	Доска магнитная с координатной сеткой	Д	Д	Д	+
5.3	Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30°, 60°), угольник (45°, 45°), циркуль	Д	Д	Д	+

5.4	Комплект стереометрических тел (демонстрационный)	Д	Д	Д	+
5.5	Комплект стереометрических тел (раздаточный)	Ф	Ф	Ф	+
5.6	Набор планиметрических фигур	Ф			+
6.	СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ УЧЕБНАЯ МЕБЕЛЬ				
6.1	Компьютерный стол	Д	Д	Д	–
6.2	Шкаф секционный для хранения оборудования	Д	Д	Д	+
6.3	Шкаф секционный для хранения литературы и демонстрационного оборудования (с остекленной средней частью)	Д	Д	Д	+
6.4	Стенд экспозиционный	Д	Д	Д	+
6.5	Ящики для хранения таблиц	Д	Д	Д	+
6.6	Штатив для таблиц	Д	Д	Д	+

Оснащённость кабинета - 85%

Литература для учащихся.

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. М.: Дрофа, 2005.
2. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. М.: МЦНМО, 2002.
3. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по решению математических задач. М.: Просвещение, 1984.
4. Дорофеев Г.В. и др. Пособие по математике для поступающих в вузы. М.: Наука, 1976.
5. Математика: Большой справочник для школьников. М.: Дрофа, 1998.

Литература для учителя.

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: методические рекомендации к элективному курсу С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. / С.А. Гомонов. - М.: Дрофа, 2007.
2. Седрамян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. М.: Физматлит, 2002.
3. Петров В.А.. Прикладные задачи на уроках математике. Смоленск: Изд-во СГПУ, 2001.
4. Монахов В.М. и др. Методы оптимизации. Применение математических методов в экономике: Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1978.

Интернет-источники:

Открытый банк задач ЕГЭ:

<http://mathege.ru>

<http://alexlarin.net/ege/matem/main.html>

<http://www.fipi.ru/view/sections/226/docs/627.html>